

Elasto-plastisches Materialmodell für kleine Deformationen

B. Sc. Louisa Wagner
M. Eng. Mathias Grehn
M. Sc. Stefanie Tegtmeyer
Prof. Dr.-Ing. Udo Nackenhorst

11
102
1004

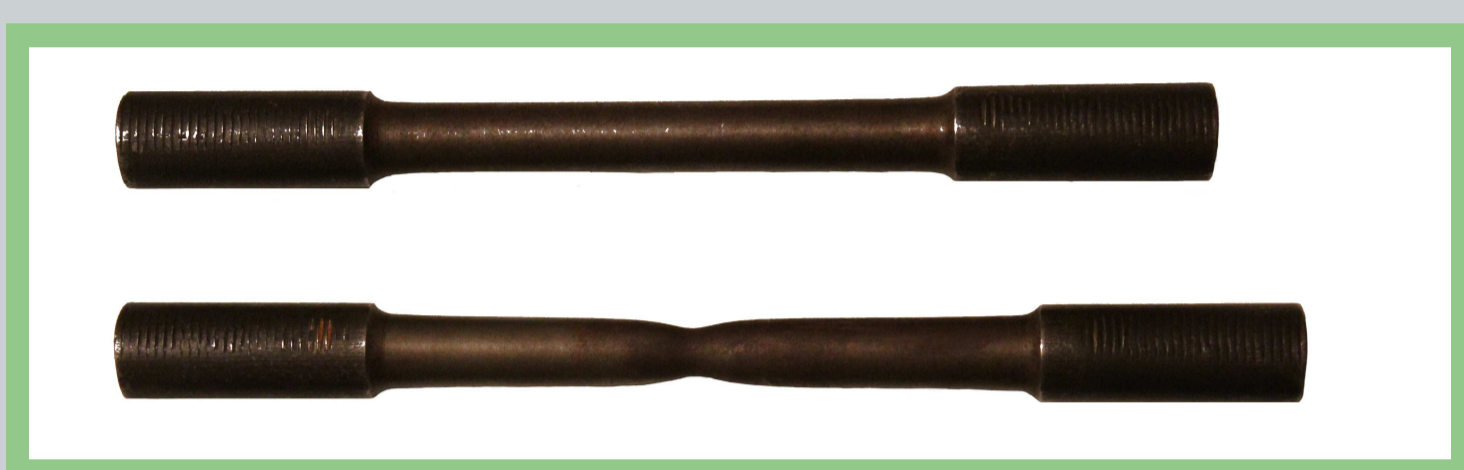
Leibniz
Universität
Hannover



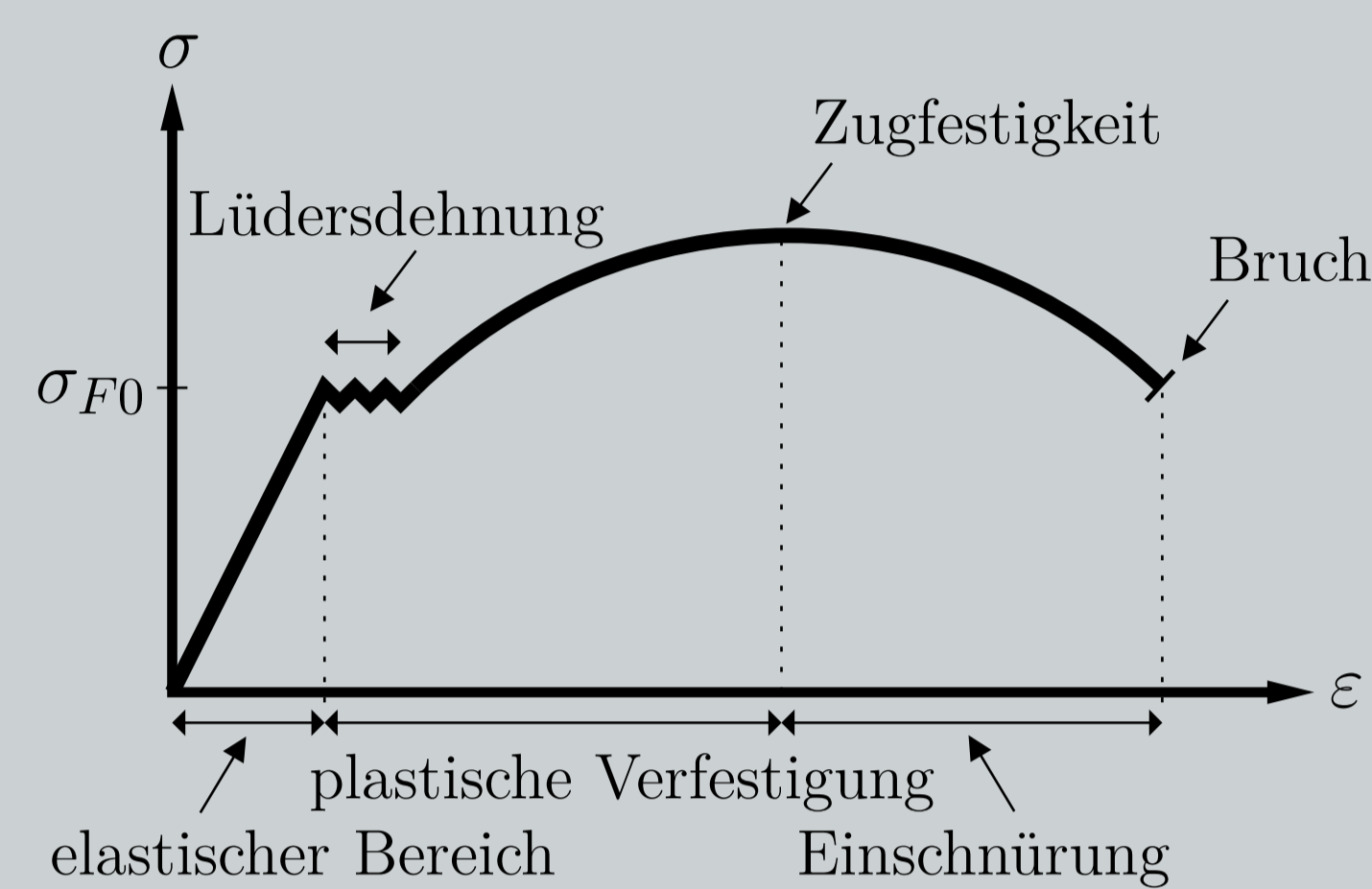
Institut für Baumechanik
und Numerische Mechanik
Leibniz Universität Hannover
Appelstraße 9a
30167 Hannover
T. +49 511.762-3219
sekretariat@ibnm.uni-hannover.de
www.ibnm.uni-hannover.de

Elasto-plastisches Materialverhalten

Das elasto-plastische Materialverhalten wird grafisch anhand des Spannungs-Dehnungsdiagramms von Stahl verdeutlicht.



» Versuchsproben aus Stahl «



» Spannungs-Dehnungsdiagramm «

Materialgesetz [1,2]

» Verzerrungstensor aufgeteilt in einen elastischen und einen plastischen Anteil

$$\epsilon = \epsilon^{el} + \epsilon^{pl}$$

» Hooke'sches Gesetz

$$\sigma = \mathbb{C} \cdot [\epsilon - \epsilon^{pl}]$$

mit dem elastischen Materialtensor \mathbb{C}

Für die Implementierung wird das **Radial-Return-Mapping** verwendet.
1. Spannung mittels elastischen Materialtensor berechnen
2. Falls das Fließkriterium verletzt, die Spannung auf die Fließfläche zurückprojizieren

» Spannungstensor aufgeteilt in einen volumetrischen und einen deviatorischen Anteil

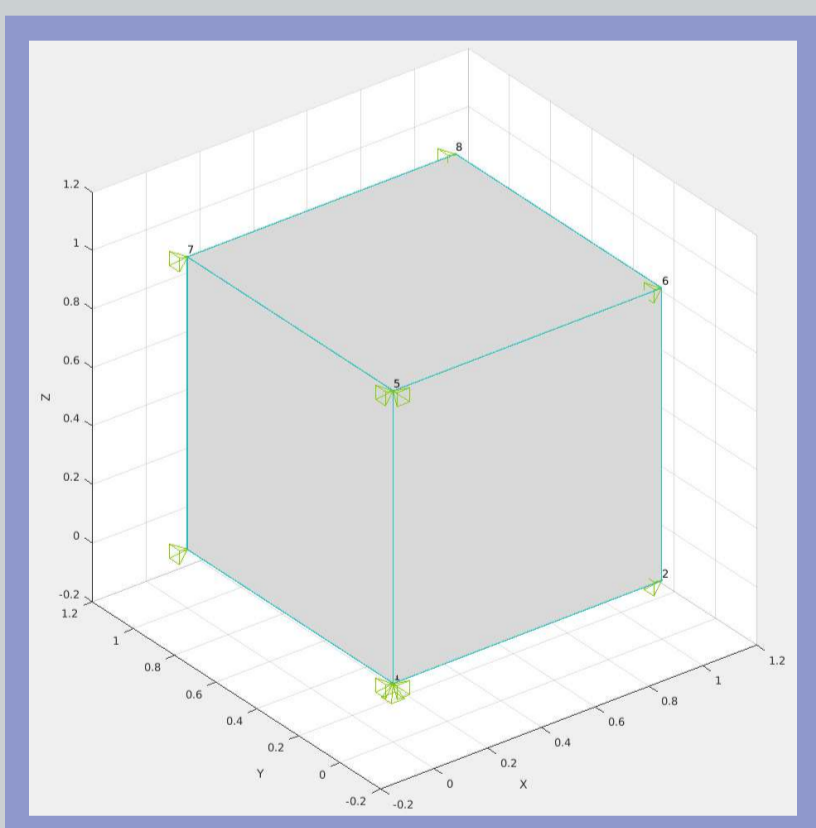
$$\sigma = -p\mathbf{1} + \tilde{\sigma}$$

» von Mises Fließkriterium

$$f = \|\tilde{\sigma} - \tau\| - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_{F0} + \alpha)$$

mit der Fließgrenze σ_{F0} und den Verfestigungsparametern τ und α

Fließfläche und Verfestigung

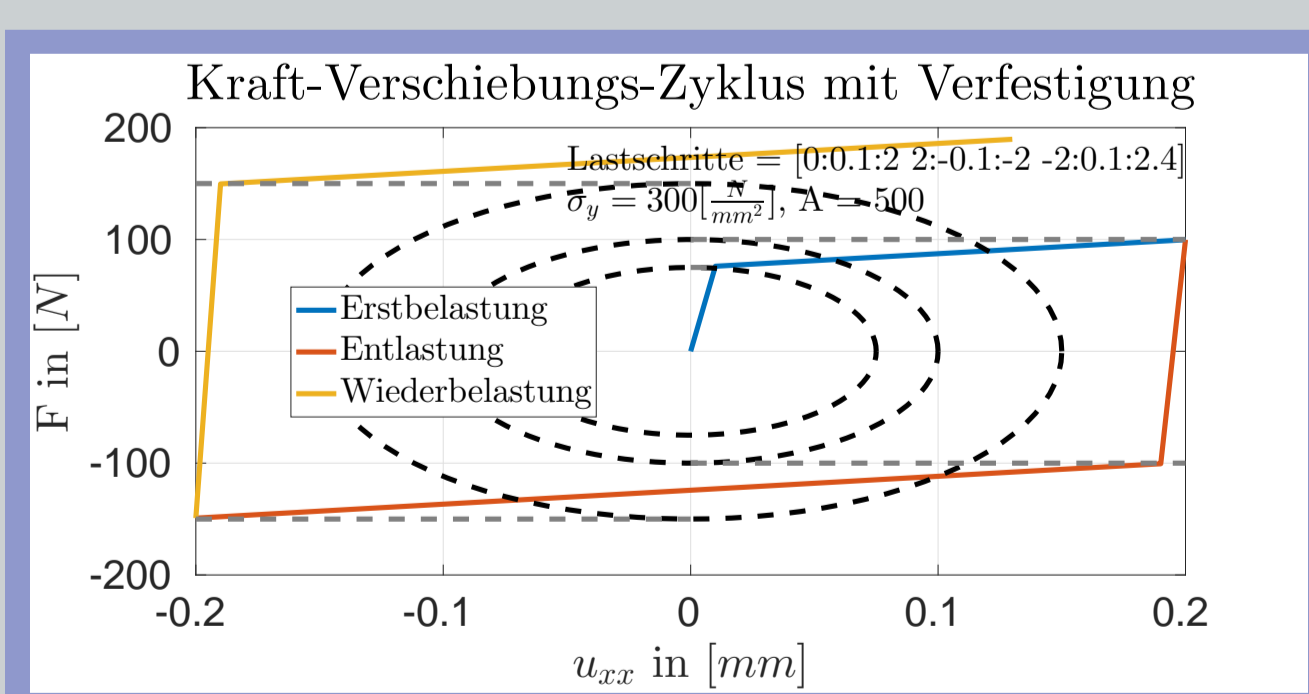


» Finites Brickelement «

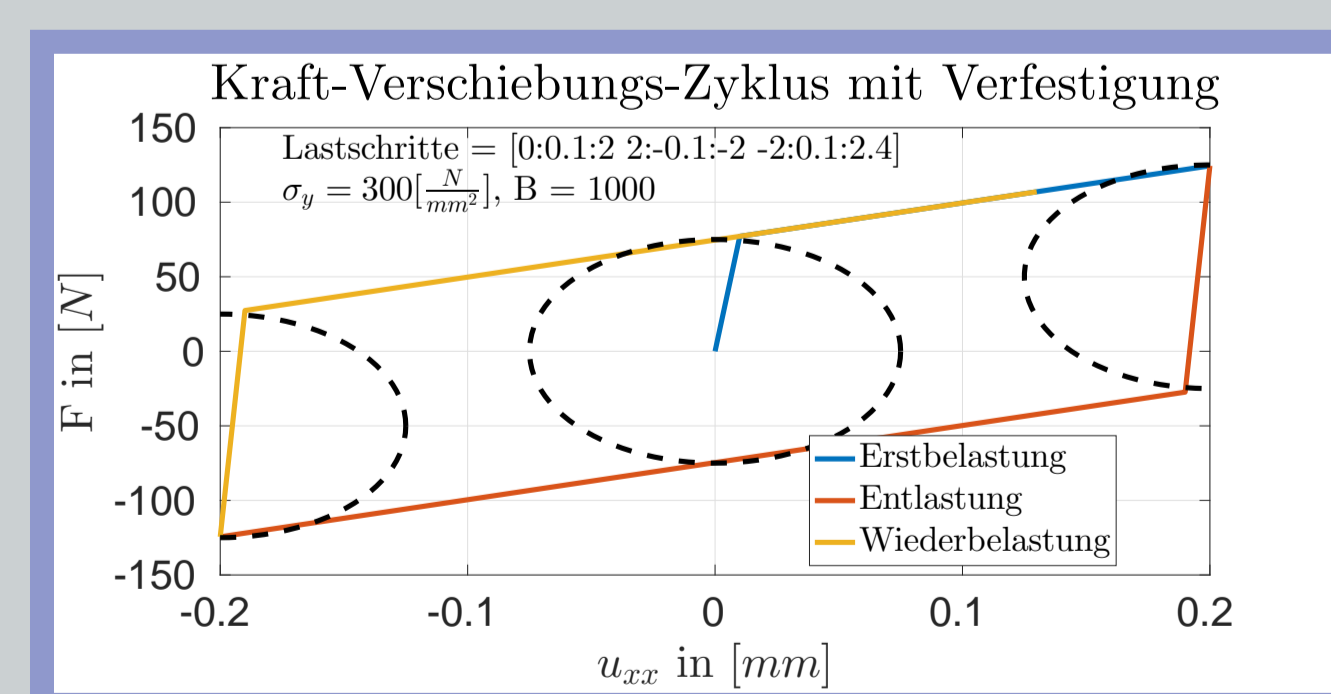
Die Fließfläche wird an einem Brickelement unter zyklischer Belastung untersucht.

» Bei **isotroper Verfestigung** weitet sich die Fläche unter plastischer Verformung radial auf.

» Bei **kinematischer Verfestigung** dagegen verschiebt sich der Fließflächenmittelpunkt, ohne eine Gestaltänderung zu verursachen.



» Isotrope Verfestigung «



» Kinematische Verfestigung «

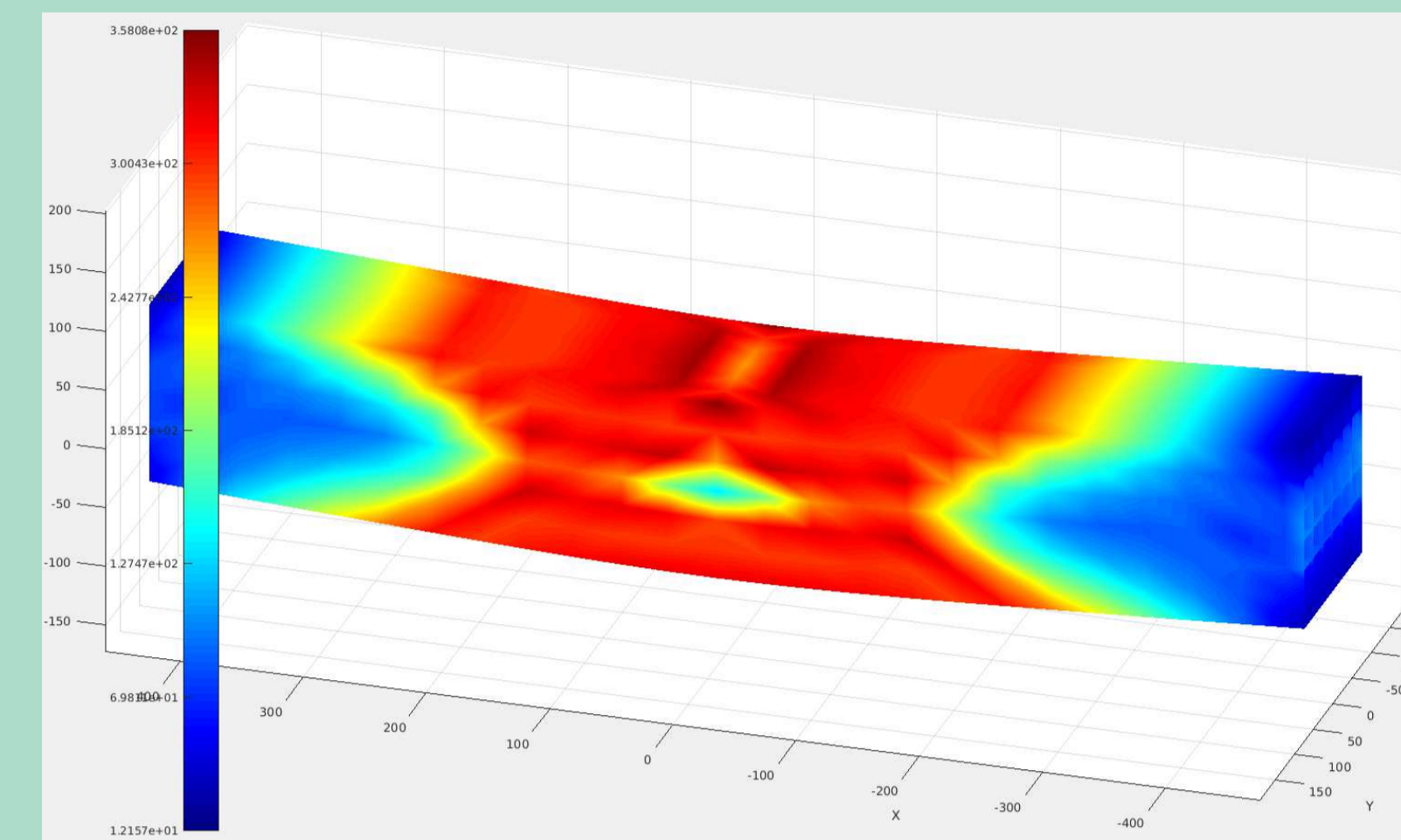
Literatur

- [1] Simo, Juan C. & Hughes, Thomas J.: *Computational inelasticity*. Volume 7. Springer Science & Business Media (2006)
[2] Mang, Herbert & Hofstetter, Günter: *Festigkeitslehre*. Springer-Verlag Wien (2000)
[3] Hübel, Hartwig: *Vereinfachte Fließzonentheorie: Auf Grundlage der Zarka-Methode*. Springer Fachmedien Wiesbaden (2015)

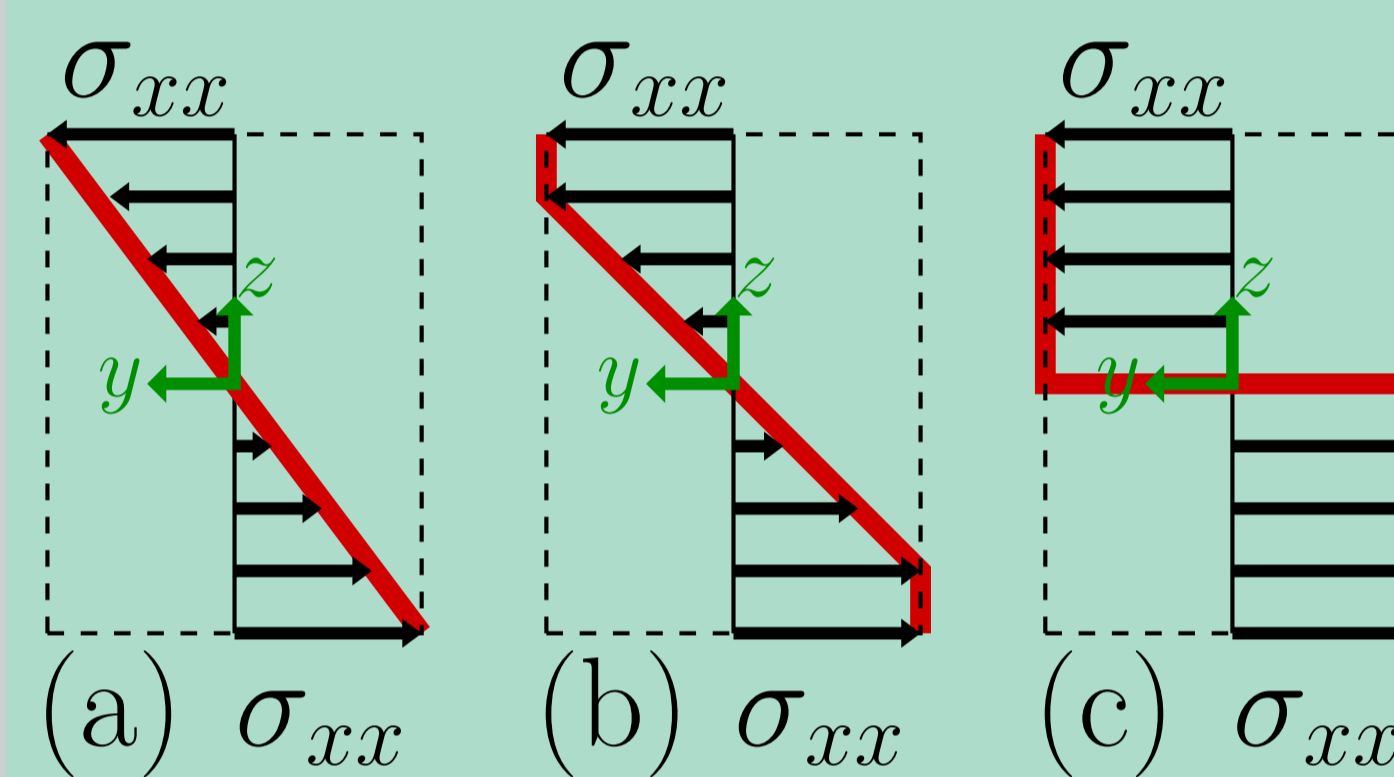
» Bachelorarbeit, 2016 «

Plastifizierung eines Balkenmodells

- » 3D Finite Element Modell
- » 936 Elemente
- » 3969 Freiheitsgrade
- » $E = 210 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$
- » $\sigma_{F0} = 300 \text{ MPa}$
- » keine Verfestigung
- » auf Biegung beansprucht
- » verschiebungsgesteuert



» Teilweise plastifizierter Balken «



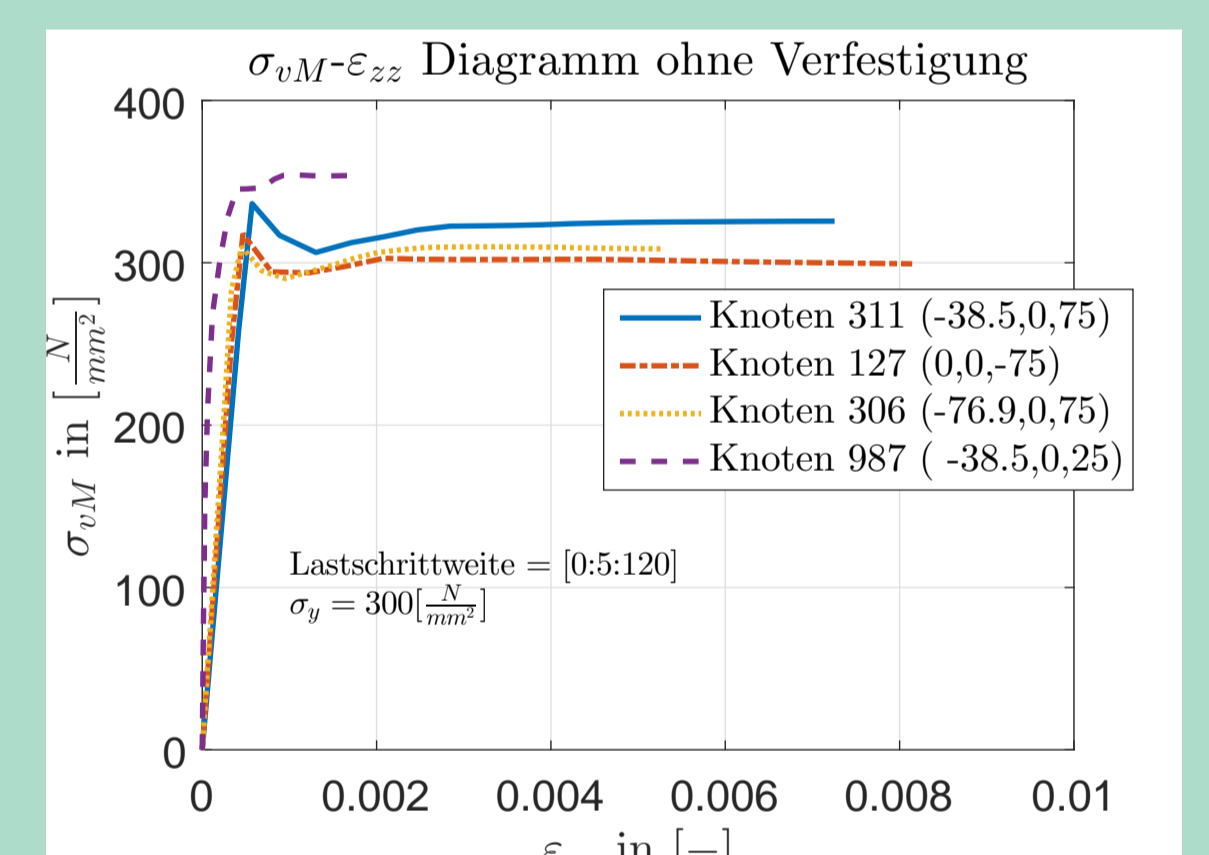
» Spannungsverteilung in der Balkenmitte über den Querschnitt für drei verschiedene Phasen «

(a) - Spannung elastisch mit einem linearen Verlauf
(b) - an den äußeren Randfasern konstanter Verlauf und in der Mitte linear elastisch. Der Querschnitt plastifiziert von außen nach innen.
(c) - vollständige, idealisierte Durchplastifizierung

Spannungs-Dehnungsdiagramm

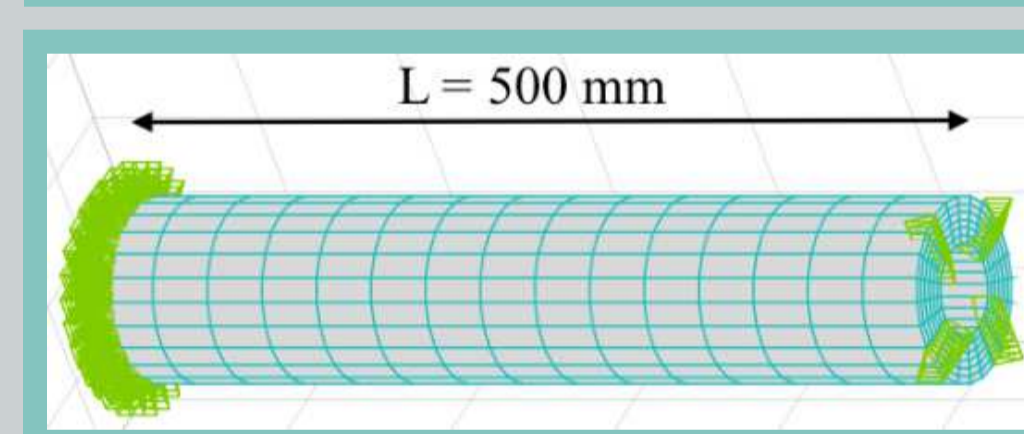
- » linear elastischer Anstieg,
- » konstanter plastischer Bereich

Aufgrund eines Projektionsfehler der Ergebnisse auf die Knoten ist keine ideale Plastizität erkennbar. Die vorgegebene Grenzfließspannung wird hier leicht überschritten.



» Von Mises Vergleichsspannung «

Schubspannungen in einem Rohr



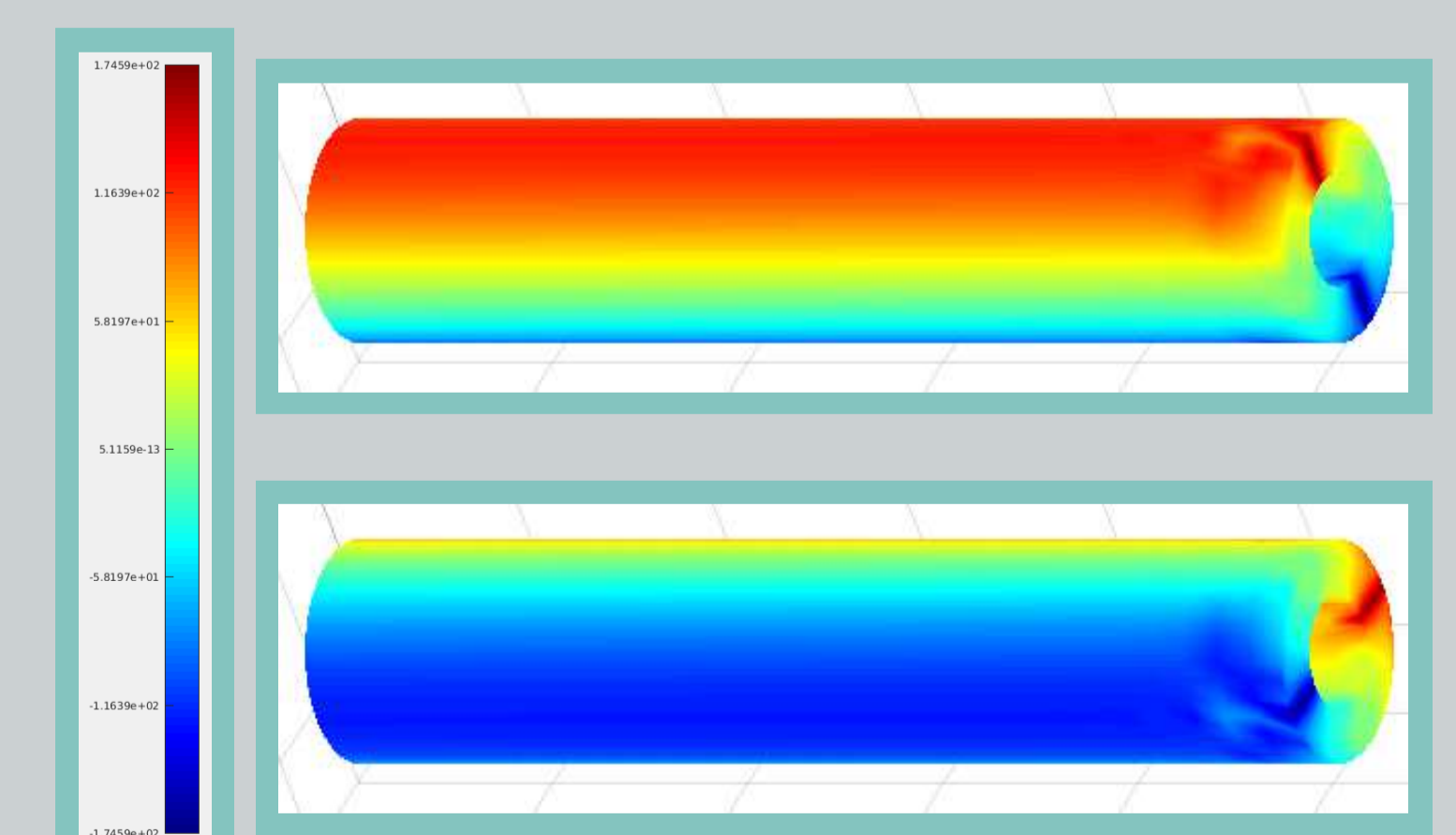
» Finite Element Modell des Rohrs «

Ein rohrförmiger Kragarm aus dem gleichen Material wird am rechten Ende verschiebungsgesteuert tordiert.

» Schubspannungen im plastifizierten Bereich des Rohrs ergeben [3]

$$\sigma_{vM} = \sqrt{3} \cdot \tau_{Max}$$

$$\tau_{Max} = \frac{300 \text{ N}}{\sqrt{3} \text{ mm}^2} = 173.2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



» Schubspannungsverlauf «

Ausblick

- » Erweiterung um den Temperaturfaktor
- » Betrachtung großer Deformationen
- » anderes Fließkriterium, nach Tresca oder nach Drucker-Prager